Kontribusi Omar Khayyam Dalam Bidang Matematika

Mik Salmina[1]

Abstrak

Pengetahuan mengenai sejarah matematika dapat membantu dalam menentukan tujuan pengajaran dan pengetahuan dari pokok bahasan tersebut. Dengan pendekatan sejarah, pokok bahasan tersebut dapat disajikan sebagai usaha manusia untuk berkembang, yang terbentuk secara perlaha-lahan selama ribuan tahun oleh berbagai individu. Matematika tidak dapat dipisahkan dari sejarahnya, karena akan kehilangan makna. Sebagian besar buku sejarah matematika tidak banyak mengandung rujukan tentang matematika dari Timur. Akibatnya para pengajar matematika dan juga mahasiswa banyak mengetahui studi mengenai peradaban Yunani dan zaman modern, sehingga kontribusi matematika dari Timur gagal menjadi perhatian mereka. Oleh sebab itu penulis ingin membahas salah satu kontribusi dari ilmuan islam yaitu Omar Khayyam dalam bidang Matematika. Beberapa hasil karya dari Omar Khayyam dalam bidang matematika yaitu: teori garis sejajar, teori perbandingan dan proporsi, dan Aljabar.

Kata Kunci: *Kontribusi Omar Khayyam, Bidang Matematika*

[1] Mik Salmina, Dosen Pendidikan Matematika di STKIP Bina Bangsa Banda Aceh, E-mail: miksal12@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Dewasa ini kontribusi matematika dari Timur gagal mendapatkan perhatian para pengajar matematika dikarenakan sudah terbiasa dengan pengetahuan awal yang mengenai peradaban yunani dan zaman modern.Akibatnya pengetahuan mahasiswa sempit bahkan menyesatkan mengenai sifat universal dari matematika. Dalam bukunya, *A guide to the history of science,* Sarton (1948), sejarawan terkenal dalam sains Abad pertengahan, menyatakan bahwa dalam penjelasan mengenai budaya Barat, seorang dapat menghilangkan sepenuhnya perkembangan matematika Hindu dan Cina. Akan tetapi, untuk menghilangkan kontribusi peradaban islam pada matematika akan merusak keutuhan sejarah dan membuatnya tidak dapat dipahami. Salah satu tokoh ilmuwan islam yang membrikan kontribusi dalam bidang matematika yaitu Ghiyath al-Din Abu I Fath Umar Ibn Ibrahim al-Khayyami lebih dikenal sebagai Omar Khayyam. Nama al-Khayyami dalam bahasa Arab berarti pembuat tenda. Omar sendiri tidak pernah membuat tenda,mungkin ini adalah profesi Ayah atau leluhurnya, karena itu adalah nama keluarga.

Omar adalah seorang figur yang terpengaruh oleh islam. Shahrazuri (1250-1300) menyebutnya sebagai “pengganti Ibnu Sina” seorang ahli matematika sekaligus filusuf besar. Karena dedikasinya yang begitu bsar, Sarton menamai pertengahan abad ke sebagai “masa Omar Khayyam”. Dia menyatakan bahwa:

Melalui Timur, disana kita hanya menemui seorang ahli matematika besar, yang tercinta pujangga Omar. Aktivitasnya menandai puncak usaha-uasaha orang islam dalam dunia Aljabar.

Dalam hubungannya dengan Omar Khayyam, Carra De Vaux menyatakan bahwa:

Keahliannya sebagai seorang ahli geometri setingkat dengan pengetahuan kesusastraannya dan menguak kekuatan logika dan kecerdikannya. Aljabar adalah sebuah buku yang digolongkan dalam buku kelas satu yang mereprsentasikan pernyataan yang lebih maju dari ilmu pengetahuan yang kita lihat dari Yunani kemudian, mungkin atau tidak, ini menandai kemajuan yang luar biasa dari bangsa Yunani.

Menurut Berggren, omar Khayyam mungkin hanya merupakan seorang ahli matematika yang paling terkenal yang mendapatkan gedung pertemuan atas namnya. Bagaimanapun juga gedung pertemuan itu tidak dibangun untuk mempelajari kontribusi ilmu pengetahuannya tetapi untuk membaca dan mendiskusikan sajak-sajak terkenal yang ditulis olehnya. Oleh karena itu pemakalah ingin membahas tentang kontribusi Omar Khayyam dalam bidang Matematika.

2. LANDASAN TEORI

2.1 Kontribusi Omar Khayyam dalam Matematika

Omar Khayyam merupakan tokoh yang memberikan kontribusi besar dalam matematika dan peranan kepemimpinannya dalam menemukan kalender yang berdasarkan matahari Jalali bersama dengan astronom-astronom lain pada masanya.Salah satu dari kontribusi matematika yang paling penting, khususnya geometri, adalah karyanya berjudul Concerning the Difficulities of Euclid's Elements. Karya ini disusun pada tahun 1077 kira-kira dua tahun sebelum dia memperkenalkan kalendernya. Dalam buku I dari karyanya,omar mengkritik teori Euclid tentang garis sejajar, sedangkan dalam buku II dan III, dia menghubungkan dengan teori perbandingan dan ukuran. Penemuan karyanya dihadiahkan untuk ahli sejarah matematika Amerika yang terkenal, David Eugene Smith.

Beberapa hasil karya dari Omar Khayyam dalam bidang matematika yaitu: teori garis sejajar, teori perbandingan dan proporsi, dan Aljabar.

2.2 Teori Garis Sejajar

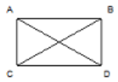
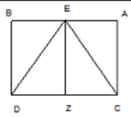
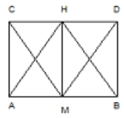
Dalam karyanya *Concerning the Difficulities of Euclid's Elements,* Omar menamakan dalil kelima Euclid sebagai " hal yang paling meragukan yang pernah dibuktikan ". Hal itu telah dipikirkan sejak dulu bahwa dalil ini dapat dibuktikan dalam hubungan dan asumsi-asumsi dari sistem Euclid. Diantara percobaan untuk membuktikan dalil itu adalah yang dikemukakan oleh Ptolemy, Proclus, Ibn al-Haytam, Thabit ibn Qurra, Nasir al-Din al Tusi, Wallis, Saccheri, Lambert, Lagendre, Laplace, Bolyai dan Gauss. Dari pembuktian tersebut Omar mengkritik percobaan yang dibuat oleh Ibn al-Haytam dan mencoba untuk membuktikannya sendiri. Namun usaha tersebut gagal karena sesuatu yang sederhana tetapi tidak jelas alasannya bahwa dalil ke-5 itu lepas dari yang lain dan itu tidak dapat dibuktikan dalam hubungan dengan asumsi-asumsi sistem Euclid. Bagaimanapun juga, pembuktian yang dilakukan Omar Khayyam benar-benar membuka bab baru dalam kajian geometri yang mana memberikan jalan untuk penciptaan geometri non-Euclid.

Belajar dari kegagalan tersebut, Omar mencoba untuk mengkaji ulang antara dalil ke-5 tentang garis sejajar dengan dalil ke-4 yang memperikirakan bahwa semua sudut siku-siku adalah sama. Omar telah menenerima 28 dalil dari *Euclid's Elements* tetapi dia mencari untuk menempatkan kembali 29 dalil dengan 8 dalil miliknya, yang seharusnya ditambahkan untuk buku I *Elements.* 29 dalil yang tepat dari dalil itu, ketika Euclid memulai teori garis sejajar yang didasarkan pada keraguan dalil ke-5. Omar mengambil sebagai titik permulaan dari teori prinsip garis sejajarnya bahwa dia menghubungkannyaaa dengan Aristotle, yaitu bahwa: " dua garis lurus yang bertemu di suatu titik memotong dan ini tidak mungkin bahwa dua garis lurus yang bertemu di suatu titik seharusnya menyimpang dari arah suatu titik.

Pembuktian Dalil ke-5

Untuk menunjukkan pengaruh Omar Khayyam atas karya Saccheri, maka perbandingan pembuktian dalil ke-5 berikut disajikan dalam bentuk tabel dengan simbolisme modern, diperpendek tetapi tidak diubah di beberapa hal yang perlu.

Tabel 1. Perbandingan Propisisi Omar Khayyam dan Saccheri

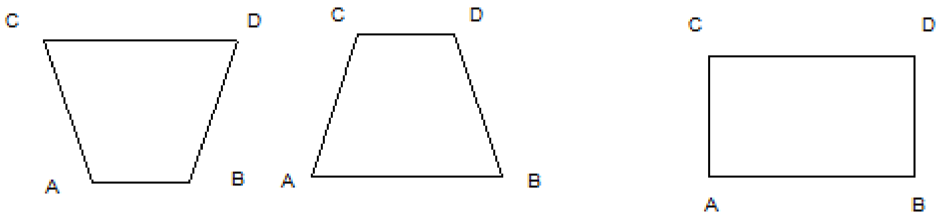
PROPOSISI	OMAR KHAYYAM	SACCHERI
1. Proposisi I  	AC dan BD ⊥ terhadap AB Dan AC=BD Gambarkan BC dan AD, Maka ∠ ACD = ∠BDC. Pembuktian pertama Omar bahwa: Δ CAB = Δ DBA Untuk membuktikan bahwa ∠ACD = ∠BDC Dia pertama membuktikan bahwa: ∠ACB = ∠BDA dan ∠BCD = ∠ ADC	AC=BD Dan sudut A dan B sama maka ∠ ACD = ∠BDC Kemudian Saccheri menggambarkan AD dan BC dan membuktikan bahwa Δ CAB = Δ DBA Sehingga ∠ACD = ∠BDC
2. Proposisi II	 Empat persegi panjang ABCD, E titik tengah AB, Buktikan bahwa CZ=DZ dan bahwa EZ ⊥ terhdp CD Dengan sifat kongruen segitiga : EZC = EZD CZ = DZ	 Empat persegi panjang ABCD, H titik tengah CD, dan M titik tengah AB Buktikan bahwa ∠ HMA=∠HMB Dengan kekongruenan segitiga-segitiga ini mudah diikuti

Dari tabel di atas dapat disimpulkan bahwa pada proposisi I kedua metode mempunyai keserupaan yang sama. Sedangakan pada proposisi II kedua metode itu pada dasarnya sama kecuali Omar memulai dengan sebuah titik E dan garis tegak lurus EZ sedngkan Saccheri mulai dengan sebuah titik H dan M. Kedua metode pembuktian mereka serupa.

Pembuktian Dalil ke-4

Untuk menunjukkan kebenaran hipotesa dari sudut siku-siku, Omar menggunakan metode ‘reductio ad absurdum’ (metode kontradiksi), adalah satu dari alat logika yang paling penting dalam matematika. Enam abad kemudian Saccheri menggunakan metode yang sama dan kesimpulannya sama dengan metode Omar. Kesimpulan dari dalil ke-4 Omar adalah sebagai berikut:

Gambar 2.1 Pembuktian Dalil ke-4



Dari gambar di atas sebuah bidang segiempat ABCD mempunyai ∠ A dan B sudut siku-siku,

Jika ∠C dan D keduanya sudut siku-siku, maka CD=AB

Jika ∠C dan D keduanya sudut tumpul, maka CD < AB

Jika ∠C dan D keduanya sudut lancip, maka CD > AB

Kesimpulannya yang sama telah didapatkan mengenai empat persegi panjang dari dua bidang empat persegi panjang yang dipertimbangkan, sekarang terkenal dengan 'Saccheri's quadrilateral', dalam karya sebelumnya dari Thabit Ibn Qurra dan Ibn al-Haytham. Tetapi metode dari kedua ahli matematika ini berbeda.

2.3 Teori Perbandingan Dan Proporsi

Di dalam buku II dan III dari karya Omar berhubungan dengan teori perbandingan dan proporsi. Defenisi Euclid tentang identitas dari dua perbandingan, a/b dan c/d, yang dapat ditemukan kembali dalam istilah modern sebagai berikut:

Jika a/b = $(q_{1,}q_{2,\dots}\ q_{n,\dots})$ dan c/d = $(q_{1'},q_{2',\dots}\ q_{n',\dots})$ kemudian a/b di bawah kondisi bahwa $q_{k'} = q_k$ untuk semua k sampai tak terbatas (untuk perbandingan yang sepadn). Defenisi dari ketidaksamaan perbandingan a/b > c/d dan a/b < c/d, mencakup hal-hal dari kedua perbandingan yang sepadan dan tak sepadan dan menyediakan kriteria untuk perbandingn quantitatif nilai yang irasional dan rasional, diperkenalkan sejalan.

Defenisi di atas menurut Omar terdapat kelemahan dalam kegagalan menjelaskan secara langsung proses pengukuran jarak yang ditentukan (a atau c) dengan jarak lain (b atau d). Omar menempatkan kembali defenisi Euclid dengan menerapkan prinsip pertamanya dan mendefenisikan perbandingan yang sama dengan apa yang dia gambarkan sebagai sesuatu seperti proses pembatasan. Perbandingan adalah sama jika dapat diekspresikan dengan perbandingan bilangan bulat dengan tingkat ketepatan seperti yang ditentukan. Pembuktian Omar terdapat dalam membuat kesamaan defenisi persamaan dan ketidaksamaan dalam perbandingan yang sepadan dan tidak.

Omar tidak sejalan dengan Aristotle, dan mulai mengembangkan konsep baru dan lebih luas mengenai bilangan termasuk semua bilangan irasional positif. Contoh, Omar menyelidiki bahwa perbandingan diagonal kuadrat untuk sisi $\sqrt{2}$, atau perbandingan dari lingkaran untuk diameternya p seharusnya menjadi perbandingan irasional, dan bilangan yang benar yaitu pecahan positif dapat ditempatkan kembali pada skala operasional yang sama dan oleh karena itu, hampir mengakui irasional itu menjadi status bilangan. Untuk orang-orang yunani, istilah bilangan berarti hanya anggota kesatuan yang tak terbatas 2,3,4...yaitu bilangan bulat positif yang lebih besar dari kesatuan. Euclid dengan 'arithmoi'nya dan perbandingannya, hanya aritmatika. Omar telah membentangkan konsep ini dengan bilangan yang lebih banyak dari bilangan yunani. Dengan menempatkan kuantitas irasional dan bilangan dalam skala operasional yang sama, Omar memulai revolusi yang benar dalam doktrin bilangan tersebut. Sampai pada zaman Renaissance, para ahli matematika masih berbeda pendapat dengan masalah ini, khususnya Stevin (1585), meskipun masih membatasi konsep bilangan untuk akar-akar. Persesuaian tentang rangkaian kesatuan geometri dan aritmatika dihasilkan oleh Descartes, meskipun defenisi yang pasti mengenai bilangan real harus menuggu sampai abad 19 dalam karya-karya Dedekind dan Cantor.

Karya Omar tentang perbandingan dan proporsi digunakan kemudian oleh para ahli matemaika muslim, khususnya Nasier al-Din dan pengikutnya. Para ahli matematika Eropa dari abad ke 15 sampai abad ke 17 mengambil kajian yang sama tetapi itu sulit untuk menilai pengaruh Omar dan pengikutnya di wilayah Timur dan ahli matematika di wilayah Barat.

2.4 Aljabar

Omar Khayyam dikenal sebagai pemuda yang luar biasa cerdas. Dalam usianya yang belum genap 25 tahun, ia telah mampu menulis banyak buku tentang aritmatika, aljabar, dan musik. O"Connor dan Robertson menyatakan bahwa Omar Khayyam adalah orang pertama yang menemukan teori umum dari persamaan berderajat tiga. Omar Khayyam mengembangkan persamaan aljabar polinomial berderajat tiga dan menyatakan bahwa suatu persamaan berderajat tiga dapat memiliki lebih dari solusi/penyelesaian. Ia mampu menunjukkan bagaimana sebuah persamaan berderajat tiga memiliki dua solusi, namun masih gagal menunjukkan persamaan berderajat tiga memiliki tiga solusi sekaligus. Dalam bukunya yang berjudul Risala fi'l-barahin 'ala masa'il al-Jabr wa'l-Muqabala, ia memperkenalkan lebih dari dua puluh jenis persamaan kubik dan memberikan dua cara alternatif dalam menyelesaikan suatu persamaan berderajat tiga: Pertama, menggunakan pendekatan geometri melalui belahan kerucut. Ia menentukan penyelesaian persamaan kubik melalui titik potong sebuah parabola yang dipotong oleh sebuah lingkaran. Karya Omar Khayyam ini selanjutnya pada abak XVII menginspirasi Rene Descartes dalam merelasikan geometri dan aljabar; dan Kedua, memperkirakan kemungkinan solusi melalui metode Horner.

Omar Khayyam membagi persamaan menjadi dua, yakni persamaan sederhana (persamaan binomial): (1) $a = x$; (2)$a = x^2$; (3)$a = x^3$; (4)$bx = x^2$; (5) $cx^2 = x^3$; (6) $bx = x^3$; dan persamaan gabungan (persamaan trinomial): (7) $x^2 + bx = a$; (8) $x^2 + a = bx$; (9)) $bx + a = x^2$; persamaan kubik trinomial yang dikurangi dengan persamaan kuadrat: (10) $x^3 + c\,x^2 = bx$; (11) $x^3 + bx = c\,x^2$; (12) $c\,x^2 + bx = x^3$; persamaan kubik trinomial: (13) $x^3 + bx = a$; (14) $x^3 + a = bx$; (15) $bx + a = x^3$; (16) $x^3 + c\,x^2 = a$; (17) $x^3 + a = c\,x^2$;

(18) $c\,x^2 + a = x^3$; persamaan tetranomial yang ditambahkan dengan term ketiga sama dengan term keempat:

(19) $x^3 + c\,x^2 + bx = a$;

(20) $x^3 + c\,x^2 + a = bx$;

(21) $x^3 + bx + a = c\,x^2$;

(22) $c\,x^2 + bx + a = x^3$;

serta persamaan tetranomial yang ditambahkan dengan dua term sama dengan dua term yang lain:

(23) $x^3 + c\,x^2 = bx + a$;

(24) $x^3 + bx = c\,x^2 + a$;dan

(25) $x^3 + a = c\,x^2 + bx$.

Metode penyelesaian yang dijelaskan oleh Omar Khayyam jika dideskripsikan dalam aljabar modern, maka dapat dituliskan sebagai berikut: misalkan persamaan pangkat tiga yang diambil adalah $x^3 + px = q$, untuk setiap $p, q > 0$. Dengan mendefinisikan suatu persamaan parabola $y = (p)^{-1/2}\,x^2$ dan mengalikan persamaan kubik $x^3 + px = q$ dengan suatu variable x, maka persamaan tersebut menjadi $x^4 + px^2 = qx$. Jika fungsi parabola tersebut dirubah menjadi fungsi $x^2 = y(p)^{1/2}$, kemudian bentuk fungsi tersebut disubstitusikan dalam persamaan $x^4 + px^2 = qx$, maka akan didapatkan persamaan $py^2 + px^2 = qx$. Apabila persamaan tersbut kemudian difaktorkan menjadi $(x - \frac{q}{2p})^2 + y^2 = (\frac{q}{2p})^2$, maka didapatkan suatu persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(\frac{q}{2p}, 0)$ dan radiannya $\frac{q}{2p}$. Akhirnya, akar positif dari persamaan kubik tersebut adalah koordinat titik x dari titik potong lingkaran tersebut, yakni: $\frac{q}{2p}$.

3. PENUTUP

Omar Khayyam merupakan salah satu matematikawan Muslim, yang bergerak dalam bidang matematika yang meliputi teori garis sejajar, teori perbandingan dan proporsi serta aljabar. Pembuktian yang dilakukan Omar Khayyam benar-benar membuka bab baru dalam kajian geometri yang mana memberikan jalan untuk penciptaan geometri non-Euclid. Di dalam buku II dan III dari karya Omar berhubungan dengan teori perbandingan dan proporsi. Defenisi Euclid tentang identitas dari dua perbandingan, a/b dan c/d, yang dapat ditemukan kembali dalam istilah modern. Karya Omar tentang perbandingan dan proporsi digunakan kemudian oleh para ahli matemaika muslim, khususnya Nasier al-Din dan pengikutnya. Para ahli matematika Eropa dari abad ke 15 sampai abad ke 17 mengambil kajian yang sama tetapi itu sulit untuk menilai pengaruh Omar dan pengikutnya di wilayah Timur dan ahli matematika di wilayah Barat. Omar Khayyam juga mengembangkan persamaan aljabar polinomial berderajat tiga dan menyatakan bahwa suatu persamaan berderajat tiga dapat memiliki lebih dari solusi/penyelesaian. Ia mampu menunjukkan bagaimana sebuah persamaan berderajat tiga memiliki dua solusi, namun masih gagal menunjukkan persamaan berderajat tiga memiliki tiga solusi sekaligus.

DAFTAR PUSTAKA

Ismail, Mat Rofa. 1995. Sejarah Aritmatik dan Aljabar Islam. Penerbit Universitas Pertanian Malaysia.

Jeffry A,Oaks.2011. Al-Khayyam‟s Scientific Revision of Algebra. Suhayl, no.10. h.48.

Luke ,Hodgkin.2005. A History of Mathematics. Oxford University Press : New York. h.116.

Mohammed,Mohaini.2004.*Matematikawan Muslim Terkemuka.* edisi 2,SalembaTeknika. Jakarta.

Victor J, Katz. 2006 Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. Educational Studies in Mathematics, 66. h.192.

Robert ,Green.2002 Omar Khayyam : Much More than a Poet. Montgomery College Student Journal of Science and Mathematiccs, vol.1. tanpa halaman.